



CLUB DE FÍSICA
UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

Maqueta Relativitat Especial

*Com entendre la relativitat especial a partir d'una maqueta
senzilla*

Projecte del “Club de Física”

Autor:
Hector Solé Martínez

2 de Març del 2026

Índex

1	Transformades de Lorentz	2
2	La Maqueta	4
3	Funcionament i ús	7
4	Revisió i conclusió	10

Transformades de Lorentz

La Relativitat Especial és una de les branques de la física més conegudes i trencadores de pensament que un estudiant de grau es troba en començar la carrera.

Aquesta branca tracta l'espai convencional que coneixem des de Galileu amb una nova perspectiva on es té en compte el temps com dependència en la que està sotmesa l'espai, creant un camp que generalment anomenem **espai-temps**.

La característica que causa això en l'espai que estudiem és que trobem que les geometries afins ¹ inclouen una variància que depèn directament del temps, agafant-lo com una dimensió "extra" si volem interpretar-ho.

Causa, doncs, que la matriu que defineix la mètrica d'aquest espai (anomenat espai Lorentz-Minkowski) sigui del tipus:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Clarament, això té unes implicacions les quals són fàcils de veure i no pas d'interpretar.

Notem que la submatriu diagonal de nombres positius ($diag(1, 1, 1)$) es refereix íntegrament a l'espai euclidià que coneixem i amb el qual hem treballat durant gairebé tota la història de la física.

És en aquest espai on, per exemple, hem après a fer servir l'estimat **Teorema de Pitàgores**.

El problema el trobem en el valor -1 , el qual fa referència al temps, però, com pot estar inclòs el temps en una regió de l'espai?

Anem a plantejar un problema senzill:

Considerem una regió de l'espai qualsevol on succeeix qualsevol esdeveniment. Assumirem que coneixem que la velocitat del llum és el màxim valor de velocitat que podem aconseguir en l'univers i que aquest és constant. Ara bé, tinguem en compte que, com a primer postulat, sabem que qualsevol esdeveniment succeeix independentment del sistema de referència que tinguem. Podem escriure, doncs i de manera diferencial:

$$d\vec{r}^2 = c^2 dt^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

¹Una geometria afí és una geometria que estudia les propietats de les figures que es conserven quan s'apliquen transformacions afins (aquelles que combinen traslacions amb transformacions lineals)

Clarament, podem aïllar tot a una banda i ficar l'expressió:

$$-c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = 0$$

Que si passem a forma finitessimal integrant ens queda una constant de manera que:

$$\boxed{s^2 = -c^2 t^2 + x^2 + y^2 + z^2}$$

Amb això, tenim definit un dels pilars de la Relativitat Especial, la **invariància de Lorentz**.

Aquesta quantitat s^2 és **l'equivalent espai-temps a la distància euclidiana**: tots els observadors inercials mesuren el mateix valor, independentment del seu moviment relatiu. És per això pel que és tan important.

No demostraré tot el procés fins arribar a les expressions de dilatació i contracció temporal/espacial, per allò incito molt fortament a veure el paper d'Alejandro de la Cruz Foz [4], on demostra de diferents maneres igualment d'intuïtives que he mostrat jo amb la invariant el coeficient γ i les expressions del temps i l'espai propi dependent del sistema de referència (SR).

Justament he insistit sobre la invariant de Lorentz puix que és el pilar fonamental en el que es tracta aquest paperillo, en **veure els efectes de la relativitat especial en una maqueta**.

La Maqueta

Per tal de fer una maqueta que pogués representar els diagrames espai-temps de manera fidel a la geometria de Lorentz, he fet ús de la invariant mencionada en l'apartat anterior.

Clarament, no puc fer una maqueta 3D, pel que he simplificat la invariant, de manera que només tinguéssim en compte la coordenada x en l'espai i el temps (tal que sigui com la variable dependent y). Ens queda doncs, la hipèrbola de la forma:

$$c^2t^2 - x^2 = s^2$$

Trobarem, doncs, una hipèrbola que es troba dins del con de llum que causa la velocitat del llum, mostrant events *time-like* (events que poden estar connectats causalment).

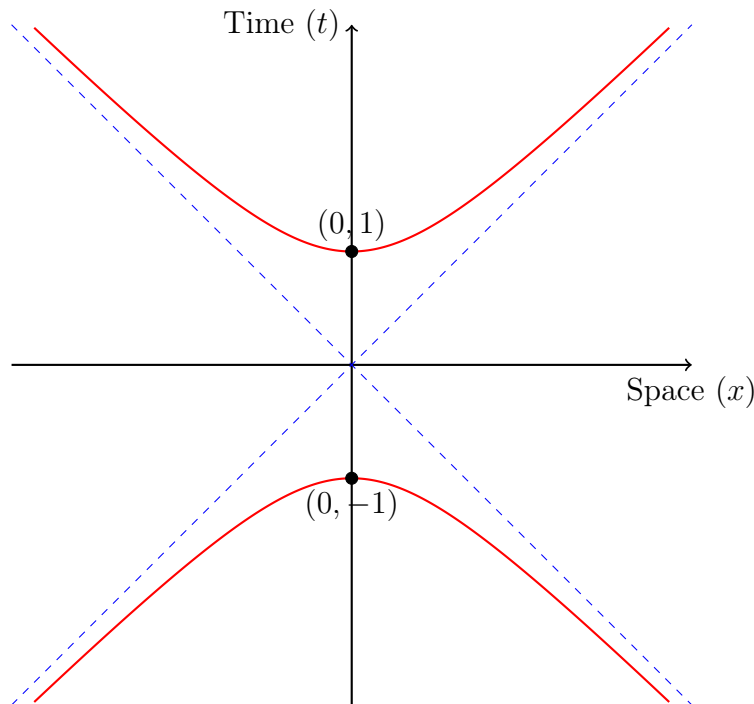


Figura 1: Hipèrbola $c^2t^2 - x^2 = 1$

D'aquesta manera, estem fent ús del principi geomètric del qual parteixen les transformades de Lorentz i podem veure com funcionen en una situació qualsevol.

Com es modela una cosa així?

Primerament, abans de modelar un dispositiu com aquest en 3D, cal buscar si ja està fet. Això té avantatges i desavantatges, clarament:

Avantatges {

- Ens estalvia feina
- Maquetes mòbils com aquestes tenen toleràncies a tenir en compte
- Normalment són arxius que ja han estat actualitzats

Desavantatges {

- Necessitat de llicències Creative Commons
- No es pot personalitzar del tot
- Potser no existeixen models gratis

Per sort, he pogut trobar un arxiu STL de 3DPrintingEnthusiast[1] amb llicència Creative Commons amb Remix Culture,¹ pel que no ha estat problema poder adaptar-lo en funció de les preferències per poder mostrar la maqueta.

Personalització i procés de creació

Per tal de fer una personalització, primerament he vectoritzat en format STL el logotip del Club de Física.

He fet ús de la web *TinkerCad*[3] per tal de modificar l'arxiu i una web qualsevol de *Image to STL* per tal de passar el logotip a un modelat² 3D.

El procés va seguir les passes següents:

- 1.- Fer el remix de l'arxiu base, aplanant-lo i fent arreglos d'últim moment com ajustar els forats.
- 2.- Comprovar que el logo està ben fet i és capaç d'imprimir-se
- 3.- Juntar-ho tot i imprimir-ho

¹La Remix Culture denomina que tal projecte té opció a ser modificat per l'ús del consumidor

²Hi han molt i de molt variats, però recomano moltMakerWord[5] (una web molt famosa en el món de la impressió 3D), puix que fa servir IA no només per donar bons resultats sinó que et permet demanar algun que altre prompt per acabar de personalitzar-ho.

Al final, per qüestions de qualitat i practicitat a l'hora de modelar, he fet ús del programa MeshMixer [2] puix que s'especialitza en modelatge 3D de caire artístic.

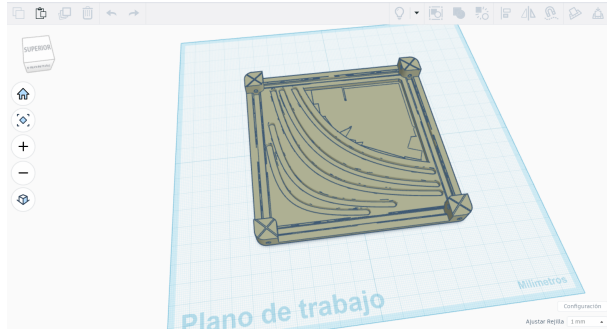


Figura 2: Modelatge en TinkerCad

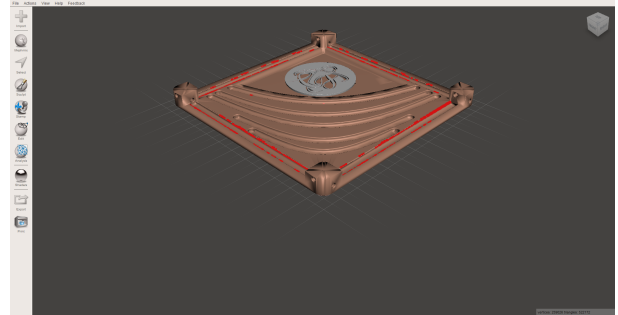


Figura 3: Modelatge en MeshMixer

Una vegada fet això i tenint en compte que els pins que farien de visual per al canvi de la geometria en l'espai de Lorentz ja estan modelats, ja podem passar a la impressió de la peça.

Per tal de fer-ho sense perdre qualitat, he fet ús del slicer *Ultimaker Cura 5.8.1* [6] i he ajustat els paràmetres per a la meua pròpia impressora 3D³

Les línies de guia pels pins s'han fet amb spaghetti (sí, literalment spaghetti cru) a causa de la quantitat de tensió i flexibilitat que poden aguantar, tot i que siguin fràgils. Els forats han estat tapats amb silicona calenta.

Amb això, l'ensamblatge ha estat fàcil, tot i que ha tingut moltes proves fins a obtenir el resultat final.



Figura 4: Resultat final desmuntat

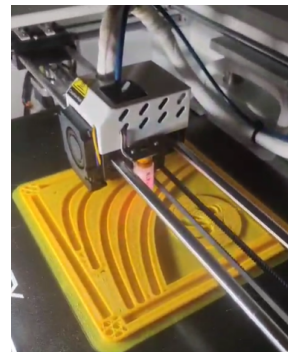


Figura 5: Procés d'impressió

³He fet ús de temperatura de capçal 220°C i de llit 60°C. A més, el forat del capçal ha estat de 0,4 mm i l'alçada de capa de 0,1 mm. El model final ha estat un 134% per a que sigui més fàcil de manipular i els forats no siguin molt apretats. L'*infill* ha estat del 25%. Temps d'impressió \approx 7 h

Funcionament i ús

Una vegada muntat la maqueta, podem fer ús d'aquesta per veure com funcionen les transformades de Lorentz.

Recordem la figura 1, on tenim l'espai com a variable independent i el temps com a variable dependent, de manera que la diagonal de 45° és el velocitat del llum, fent el famós *con de llum*.

Si prenem la maqueta i fem que estigui en forma de "diamant" (girat 45° respecte l'horitzontal), podem veure que correspon amb la gràfica de la figura 1:



Figura 6: Imatge de la maqueta en posició

D'aquesta manera podem explicar alguns fenòmens de la relativitat especial, com per exemple, el moviment relatiu respecte diferents sistemes de referència amb mòbils que es mouen a percentatges significants de la velocitat del llum:

Per exemple, si tinguéssim una persona quieta (segons el seu SR) i una persona corrent a un 20% de la velocitat del llum en direcció positiva en x aproximadament, amb la nostra maqueta veuríem el següent:



Figura 7: Imatge de la persona quieta i persona corrent

En canvi, si ara ens fiquessim en el SR de la persona corrent, veuríem com, clarament, es **la persona quieta** qui es mou en el mateix percentatge del llum en direcció contrària:



Figura 8: SR persona corrent

Això, en un principi no ens està dient res nou. Tot sembla igual a la mecànica clàssica que sempre hem treballat, però subtilment hi ha uns fets que ens estan canviant.

Un dels fenòmens més fàcils per representar en aquest cas és la simultaneïtat. Recordem que en relativitat general **no existeix la simultaneïtat** de successos, puix que cada sistema de referència té el seu temps propi.

Mirem la figura 9, on tenim el mateix cas d'abans però la persona quieta veu dues capsas explotant en el mateix instant de temps en diferents punts de l'espai:

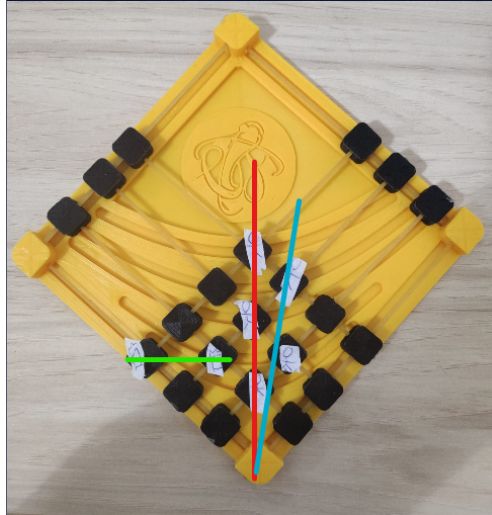


Figura 9: SR persona quieta i simultaneïtat

Si ara ens posem en el SR de la persona que està corrent, veiem el mateix que abans, la persona es troba movent en sentit contrari al mateix percentatge de la velocitat del llum, però les capsas ara no es troben incendiades en el mateix instant de temps!

Es pot apreciar clarament com ara, una de les capsas s'incendia molt abans que l'altra i, tot i que és poc apreciable, podem veure com l'espai que les separava també ha canviat.



Figura 10: SR persona corrent i no simultaneïtat

Revisió i conclusió

Aquesta maqueta ha estat un projecte molt divertit i didàctic a l'hora de poder treballar la geometria de l'espai de Lorentz-Mikowski i entendre la relativitat especial.

Clarament, es poden fer molts més exemples i funcionen tots igual de bé, no he volgut fer massa llarg el document però el problema de les bessones podria estar interessant per a plantejar com activitat per fer mentre es juga amb la maqueta i s'aprén sobre la física a grans velocitats.

Proposta de millora

Per tal de millorar el projecte, tractaria de fer més hipèrboles fent que hi hagi més resolució dels successos que volguem comprobar sota aquesta geometria.

A més, s'hauria de fer amb materials més resistents i, si es pot, a una major escala.

Sobretot, seria una gran proposta com a projecte de Fira del Club de Física

Ha estat, però, un projecte interessant i molt enriquidor en la meua perspectiva, amb un aplicament pràctic dels pocs que podem tenir en un dels àmbits tant poc tangibles a la física.

Bibliografia

- [1] 3DPrintingEnthusiast. Model stl per a maqueta de relativitat, 2024. Perfil de Printables amb models 3D.
- [2] Autodesk. Meshmixer - programari de modelatge 3d artístic, 2026. Eina especialitzada en modelatge orgànic i artístic.
- [3] Autodesk. Tinkercad - programari de modelatge 3d, 2026. Eina online de modelatge 3D.
- [4] Alejandro De la Cruz Foz. Quatre derivacions de les transformacions de lorentz, 2025. Manuscrit no publicat.
- [5] MakerWorld. Makerworld - comunitat d'impressió 3d amb ia, 2026. Plataforma de models 3D amb eines d'IA.
- [6] Ultimaker. Ultimaker cura 5.8.1 - slicer per impressió 3d, 2026. Programari de laminat per impressores 3D.